EP-4 Atom- und Molekülphysik
Universität Erlangen–Nürnberg
SS 2017

Übungsblatt 4 (26.05.2017)

Vorlesungen: Mi 10.15 - 11.55 und gegebenenfalls Fr, 08:15 - 09:55 HE
Übungen: Freitag 10 - 12, SR 00.103, SR 00.732, SR 01.332, SR 01.779, SR 02.729, SRLP 0.179
Webpage der Vorlesung: www.qoqi.nat.fau.de → tteaching“

---

1) Feldemmissionsmikroskop

In einem Feldemissions-Mikroskop erzielt man sehr starke Vergrößerungen mit einem sehr einfachem Aufbau: In eine Kugel, deren Innenwand mit einem Leuchtstoff beschichtet ist, ragt zentral eine sehr feine Drahtspitze. Zwischen Draht und Kugel liegt eine Hochspannung an, die Kugel ist hochevakuiert.
(a) Wieso erhält man auf der Kugel ein stark vergrößertes Bild der Drahtspitze?
(b) Welches ist der Vergrößerungsmaßstab?
(c) Wie unterscheiden sich ein Feldelektronen- und ein Feldionen-Mikroskop?
(d) Wie kommen die Elektronen aus dem Draht?
(e) Wie groß ist die Feldstärke dicht an der Drahtspitze?
(f) Wie ist die Feldverteilung in der Kugel?
(g) Elektronen müssen eine Potentialstufe der Höhe U_0 überwinden, um nach draußen zu gelangen. Zeichnen Sie diese Potentialstufe ohne bzw. mit Hochspannungsfeld.

2) Ionenspeicherung in der Paul-Falle

Eine Paul-Falle erlaubt es, geladene Teilchen stabil in drei Dimensionen zu speichern. Sie besteht im Wesentlichen aus einer Ringelektrode und zwei Polkappen (vgl. Abb. 1). Das elektrische Potential ϕ innerhalb dieses Aufbaus ist gegeben durch $\phi(t) = \phi_0(t)(\frac{r^2-2z^2}{2r_0^2})$, wobei $\phi_0(t)$ durch einen zeitabhängingen Wechselspannungsanteil mit Amplitude V_0 gegeben ist: $\phi_0(t) = V_0 \cos \omega_{RF} t$. Des Weiteren gilt $r^2 = x^2 + y^2$.

(a) Stellen Sie zunächst die Bewegungsgleichung für ein Teilchen der Masse m und der Ladung e für alle 3 Raumrichtungen auf.
(b) Führen Sie nun eine dimensionslose Zeit τ ein, indem Sie in der Bewegungsgleichung $\tau = \omega_{RF}\frac{t}{2}$ substituieren. Beachten Sie dabei das korrekte Vorgehen bei der Zeitableitung.
(c) Substituieren Sie die Amplitude der Wechselspannung so, daß sich aus der Bewegungsgleichung die sogenannte Mathieusche Differentialgleichung der Form $\ddot{\vec{r}} + 2q\cos(2\tau)\begin{pmatrix} x \\ y \\ -2z \end{pmatrix} = 0$ ergibt (die Zeitableitung ist hierbei nach τ!). Wie lautet die dimensionslose Konstante q?
(d) Die so entstandene Differentialgleichung soll nun für eine Dimension, z.B. in x-Richtung, gelöst werden. Dazu soll angenommen werden, daß sich das Teilchen in der Falle während einer Periode $\frac{2\pi}{\omega_{FR}}$ in dieser Richtung kaum bewegt. Zudem soll gelten $q \ll 1$.

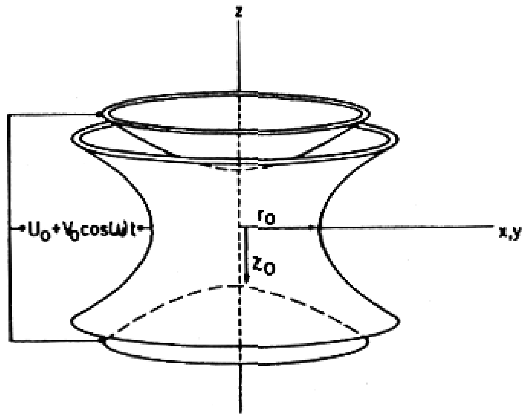

Abbildung 1: Schematischer Aufbau einer Paul-Falle

Wie lautet demzufolge die x-Position in 0. Ordnung nach einer Periode, d. h. zur Zeit $\tau = \frac{\omega_{RF} \cdot t}{2}$?
Setzen Sie dies in den zweiten Term der linken Seite der Bewegungsgleichung ein - wie lautet jetzt die Bewegungsgleichung?
Lösen Sie diese für die Anfangsbedingungen $x(\tau = 0) = x_0$ und $\dot{x}(\tau = 0) = 0$. Damit ergibt sich $x(\tau)$ in 1. Näherung. Setzen Sie diese Näherung wiederum in die Mathieusche Differentialgleichung ein und mitteln Sie über eine Periode (d. h. über $\tau \in [0, \pi]$). Wie lautet jetzt die Bewegungsgleichung für das Zeitmittel $\langle \ddot{x}(\tau) \rangle$?
(e) An welche bekannte Gleichung erinnert Sie die Bewegungsgleichung für das Zeitmittel? Wie groß ist die Schwingungsfrequenz des Teilchens? Beachten Sie, daß Sie hierzu die dimensionslose Zeit, welche in der Gleichung verwendet wird, wieder zurücktransformieren müssen.

3) Bestimmung von e/m_e

Das Verhältnis e/m_e von Ladung zu Masse des Elektrons kann in einer sogenannten Fadenstrahlröhre bestimmt werden. Dabei handelt es sich um einen Glaskolben, der mit einem Edelgas bei niedrigem Druck gefüllt ist und in ein statisches Magnetfeld B gestellt wird. Durch eine seitliche Öffnung wird ein dünner Elektronenstrahl der Geschwindigkeit v senkrecht zum Magnetfeld eingeschossen und auf eine Kreisbahn gelenkt (s. Versuch in der Vorlesung). Aus einer Messung des sich ergebenden Bahnradius kann dann e/m_e bestimmt werden.
(a) Leiten Sie eine Beziehung für den Radius der Elektronenbahn in Abhängigkeit des Magnetfeldes und der Teilchengeschwindigkeit v her.
(b) Nehmen Sie an, dass Elektronen mit einer kinetischen Energie von $E_{kin} = 5\,\mathrm{keV}$ in den Glaskolben geschossen werden und das magnetische Feld eine Stärke von $0,01\,\mathrm{T}$ besitzt. Welchen Durchmesser muss der Kolben mindestens haben, damit Sie die Elektronenbahn sehen können?
(c) Die Edelgasatome im Glaskolben werden durch Stöße mit den Elektronen zum Leuchten angeregt. Warum können Sie trotz der Streuprozesse einen scharf gebündelten Elektronenstrahl beobachten?

4) Präzisionsmessung von e/m_e

Eine Möglichkeit, das Verhältnis $\frac{e}{m}$ sehr genau zu messen, besteht darin, Elektronen durch zwei Ablenkkondensatoren zu schicken, welche im Gleichtakt mit einer Hochfrequenz $U_{HF} = \hat{U}_{HF} \sin(2\pi f t)$ betrieben werden. Zusätzlich dazu befinden sich im Versuchsaufbau noch Blenden (siehe Abb. 2), so daß nur diejenigen Elektronen hinten am Detektor ankommen, deren Durchgang durch die Kondensatoren zu einem Zeitpunkt des Nulldurch-

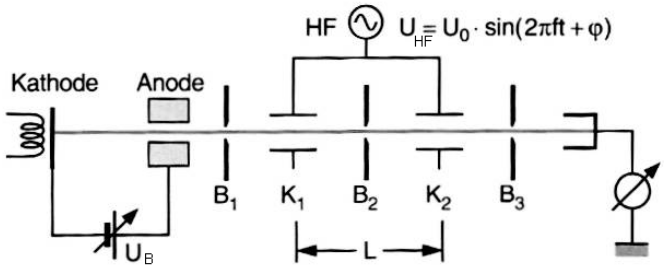

Abbildung 2: Aufbau zur Präzisionsmessung von $\frac{e}{m}$

gangs der Hochfrequenzspannung erfolgte.

(a) Für Elektronen, die durch den Kondensator K_1 und die Blende B_2 gekommen sind, gibt es eine optimale Geschwindigkeit v, um auch durch den Kondensator K_2 und die Blende B_3 zu kommen. Wie groß ist diese Geschwindigkeit und wie hängt sie von der Beschleunigungsspannung U_B ab? (Beachten Sie, daß die Periodendauer der Hochfrequenz deutlich kürzer sein kann als die Flugzeit eines Elektrons zwischen den zwei Kondensatoren, aber lang im Vergleich zur Aufenthaltsdauer des Elektrons innerhalb eines Kondensators.)
(b) Bestimmen Sie aus den meßbaren Größen U_B, Abstand der Ablenkkondensatoren L und der Frequenz der Hochspannung f das Verhältnis $\frac{e}{m}$
(c) Der Abstand der Ablenkkondensatoren sei 1m, die Frequenz 1 MHz, und man nehme ein Verhältnis $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$ an. Bei welchen Beschleunigungsspannungen müßte man die Maxima erwarten, falls die Hochfrequenz 1/2 bzw. 5 Schwingungen beim Durchfliegen der Elektronen durch die Kondesatoren ausführt? Was würde man beobachten, wenn man die Beschleunigungsspannung viel höher wählt als die Spannung für den nicht abgelenkten Fall, bei welchem die Hochfrequenz eine halbe Schwingung ausführt?